

## 2 Exercices

### 2.1 Lévitation

Un faisceau-laser parallèle transporte un flux énergétique  $\varphi = 10^8 \text{ W/m}^2$ . On cherche à y faire léviter des billes sphériques. Les billes ont une masse volumique  $\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$ , et absorbent intégralement le rayonnement du laser. Calculer le rayon minimal permettant aux billes de léviter. Ce rayon serait-il plus petit ou plus grand si les billes étaient parfaitement réfléchissantes ?

### 2.2 Travail d'extraction

On branche en série un condensateur en aluminium, un générateur de tension continue de 10 V, et un microampèremètre. L'anode (reliée à la borne + du générateur) est soumise à l'éclairement d'un monochromateur (émettant une lumière quasi-monochromatique de longueur d'onde réglable). Le microampèremètre commence à détecter un courant lorsque le monochromateur émet un rayonnement UV de longueur d'onde 88 nm.

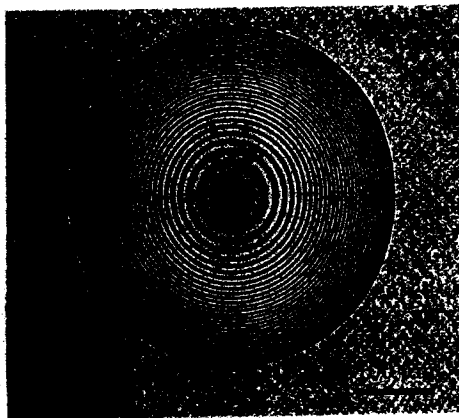
Calculer la valeur du travail d'extraction des électrons de l'aluminium.

### 2.3 Expérience du siècle

Une bande conductrice élastique entoure un ballon sphérique. Le plan de l'anneau ainsi créé passe par le centre du ballon. On plonge le tout dans un champ magnétique uniforme, de module 0,4 T, perpendiculaire au plan de la bande. Le ballon se dégonfle à raison de  $100 \text{ cm}^3/\text{s}$ . Calculer la force électromotrice induite dans l'anneau (et indiquer son sens) au moment où le rayon de l'anneau est de 6 cm.

### 2.4 Goutte

Une petite goutte d'un liquide d'indice  $n = 1,5$  est déposée sur un substrat horizontal. Elle est éclairée normalement par une lumière monochromatique de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0 = 1,06 \mu\text{m}$  (infrarouge), et observée au microscope. On obtient l'image ci-dessous.



L'interfrange au voisinage du bord de la goutte est de  $3,6 \mu\text{m}$ , et le rayon de l'aire de contact vaut  $210 \mu\text{m}$ . En supposant que la goutte a une forme de calotte sphérique, calculer son épaisseur au centre.

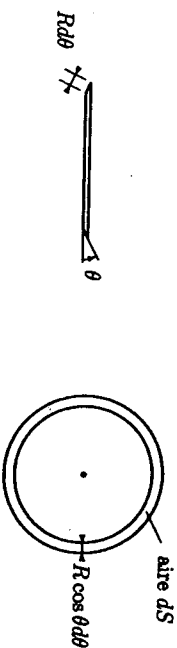
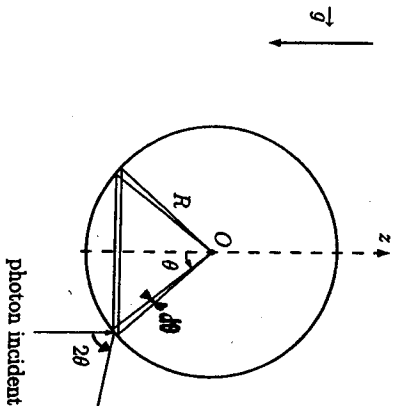
## Lévitacion : erratum

Le calcul que nous avons fait le 17 février pour des billes absorbant le rayonnement montrait que la force exercée par le laser sur une bille était égale à :

$$F = \frac{\varphi \pi R^2}{c}$$

Ceci était valable pour des chocs mous (les billes absorbent tout le rayonnement). Voilà le calcul pour des chocs élastiques (les billes sont parfaitement réfléchissantes).

A la surface d'une bille de rayon  $R$  et de centre  $O$ , isolons une « couronne » de largeur angulaire  $d\theta$ , comprise entre les cônes d'angles au sommet  $\theta$  et  $\theta + d\theta$  :



(couronne vue de profil)

(couronne vue de dessus)

Le bord interne de la couronne du schéma est à une distance  $R \sin \theta$  de l'axe  $Oz$ . En outre, le petit arc méridien entre  $\theta$  et  $\theta + d\theta$  a une longueur  $R d\theta$ . En projection sur un plan horizontal, la couronne a donc une aire :

$$dS = \underbrace{2\pi R \sin \theta}_{\text{périmètre}} \times \underbrace{R \cos \theta d\theta}_{\text{largeur}}$$

soit encore :

$$dS = 2\pi R^2 \sin \theta \cos \theta d\theta$$

(1)

Pendant un intervalle de temps  $dt$ , la couronne réfléchit  $d^2N = \varphi dt dS / h\nu$  photons, soit, d'après (1) :

$$d^2N = \frac{\varphi dt}{h\nu} 2\pi R^2 \sin \theta \cos \theta d\theta \quad (2)$$

Or, après réflexion, l'impulsion d'un photon fait un angle  $2\theta$  avec la verticale (voir schéma) de sorte qu'au final, il a cédé à la bille une impulsion  $p + p \cos(2\theta)$  suivant la verticale (la composante radiale ne nous intéresse pas, la résultante finale étant nulle), où  $p = h/\lambda$ . Or  $1 + \cos(2\theta) = 2 \cos^2 \theta$ . Finalement, pendant  $dt$  les photons réfléchis sur la couronne comprise entre  $\theta$  et  $\theta + d\theta$  cèdent une impulsion :

$$d^2p = d^2N \times \frac{h}{\lambda} \times 2 \cos^2 \theta$$

c'est-à-dire :

$$d^2p = \frac{4\pi R^2 \varphi}{c} dt \sin \theta \cos^3 \theta d\theta$$

La force  $dF$  qui s'exerce sur la couronne vaut  $d^2p/dt$  donc :

$$dF = \frac{4\pi R^2 \varphi}{c} \sin \theta \cos^3 \theta d\theta$$

Il ne reste qu'à intégrer entre 0 et  $\pi/2$  pour obtenir  $F$  :

$$F = \frac{4\pi R^2 \varphi}{c} \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos^3 \theta d\theta$$

L'intégrale se calcule facilement et vaut  $1/4$ , donc finalement, la force totale exercée sur la bille vaut :

$$F = \frac{\varphi \pi R^2}{c}$$

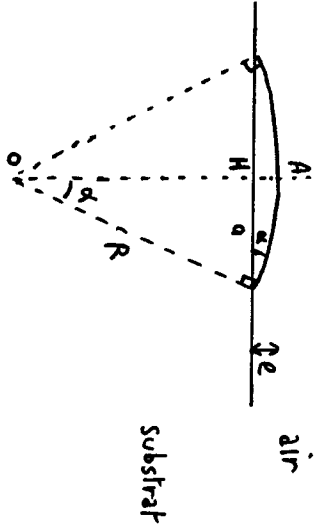
La valeur obtenue est la même que lorsque la bille absorbait tous les photons.

### Remarques

- La force ne dépend pas de la longueur d'onde du laser. En fait, on pourrait éclairer en lumière blanche, mais il serait difficile d'obtenir un faisceau aussi intense et directionnel que celui d'un laser.
- On peut s'assurer que (1) est juste en l'intégrant entre 0 et  $\pi/2$ . Il serait logique de trouver l'aire projetée de la bille, et c'est le cas (on trouve  $\pi R^2$ )
- Le système choisi peut-être soit l'ensemble des photons qui vont rencontrer la bille pendant  $dt$ , soumis à la force qu'exerce la bille sur les photons (opposé de  $F$ ) ; ou bien l'ensemble {photons + bille} qui est soumis au poids de la bille. La valeur critique du rayon est bien évidemment la même dans les deux cas.

## Goutte : correction

Soit  $\alpha$  l'angle de contact de la goutte,  $R$  le rayon de courbure de la goutte,  $a = 210 \mu\text{m}$  le rayon de l'aire de contact et  $e$  l'épaisseur au centre de la goutte (voir schéma).



On suppose que  $\alpha$  est très inférieur à  $\pi/2$ , ce que l'on vérifiera a posteriori. On a :

$$OA = OH + HA = R \cos \alpha + e = R$$

et  $\sin \alpha = \frac{a}{R}$

Pour  $\alpha$  petit, ces deux relations sont équivalentes à :

$$e \approx \frac{Ra^2}{2} \quad (1)$$

$$\alpha \approx \frac{a}{R} \quad (2)$$

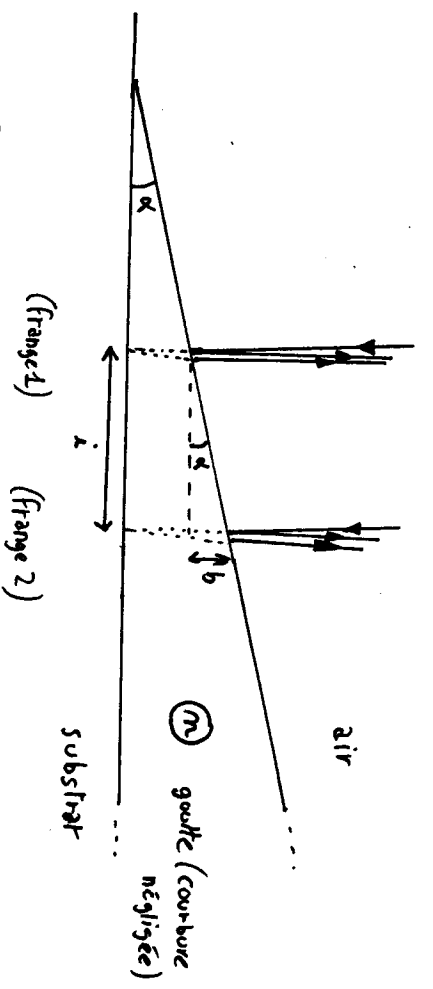
(1) et (2) se combinent pour donner :

$$e \approx \frac{a\alpha}{2} \quad (3)$$

Il reste à relier  $\alpha$  à l'interfrange  $i$  au bord de la goutte. On peut négliger la courbure de la goutte à l'échelle d'un interfrange. Ce n'est pas une hypothèse aberrante puisque d'après la photo, l'interfrange est très inférieur au rayon de l'aire de contact.

Soient deux franges brillantes successives, numérotées 1 et 2, au voisinage du bord de la goutte. Chacune de ses franges résulte des interférences constructives d'un rayon réfléchi à l'interface air/goutte et d'un rayon réfléchi à l'interface goutte/substrat (voir schéma). L'épaisseur de la goutte au niveau de la frange 2 est supérieure de  $b$  à l'épaisseur de la goutte au niveau de la frange 1. La différence de marche entre les deux rayons de la frange 2 est donc supérieure de  $2nb$  (aller et retour) à la différence de marche entre les deux rayons de la frange 1. Comme les deux franges correspondent à deux ordres d'interférence successifs, on a :

$$2nb = \lambda_0 \quad (4)$$



On a aussi

$$\tan \alpha = \frac{b}{i}$$

qui se simplifie en

$$\alpha \approx \frac{b}{i} \quad (5)$$

En éliminant  $b$  entre (4) et (5), on trouve :

$$\alpha \approx \frac{\lambda_0}{2ni} \quad (6)$$

Il ne reste qu'à injecter cette valeur de  $\alpha$  dans (3) :

$$e = \frac{a\lambda_0}{4ni} = 10,3 \mu\text{m}$$

On peut aussi calculer  $\alpha \approx 0,0981 \text{ rad} \approx 6^\circ$ , ce qui rend légitime notre développement aux petits angles, et  $R \approx 2,1 \text{ mm}$ .

### Remarques

- Ce sont des franges d'égal épaisseur quoique la figure ressemble aux franges d'égal inclinaison d'une lame mince.
- Si la goutte est dans l'air, il y a un déphasage de  $\pi$  lors de la réflexion d'un rayon à l'interface air/goutte. Mais cela n'a aucun effet sur l'interfrange, puisque ce déphasage a lieu pour les deux franges. De la même façon, on ne connaît pas l'indice de réfraction du substrat mais c'est sans importance.
- On peut effectivement utiliser une telle méthode optique pour reconstruire le profil d'une goutte suffisamment étalée, en mesurant l'interfrange en chaque point de la figure d'interférence. Dans l'exercice, nous avons supposé pour simplifier que la goutte avait la forme d'une calotte sphérique, mais ce n'est pas nécessairement le cas ; cela dépend de son rayon, de sa masse volumique, des différentes tensions superficielles...